



இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

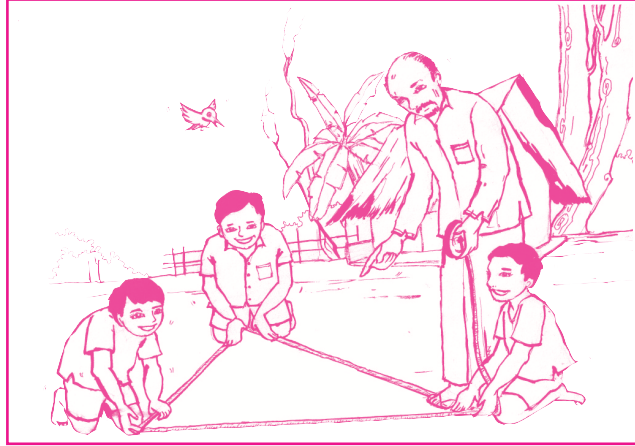
- * ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் பக்கங்களுக்கிடையிலான தொடர்பை அறிதல்
- * பைதகரசின் தொடர்பை உருவாக்குதல்
- * பைதகரசின் தொடர்பின் மூலம் பிரசினங்கள் விடுவித்தல்
- * அன்றாடக் கருமங்களில் பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தல் என்னும் தேர்ச்சிகளை அடைவீர்கள்.

18.1 செங்கோண முக்கோணி

கந்தையா அவர்கள் மிகச் சிறந்த கட்டடக் கலைஞராவார். அவர் எப்போதும் தனது கிராமத்தின் பொதுக் கருமங்களுக்கு முன்னுரிமை கொடுத்துச் செயற்படுவார். அதனால் எல்லோர் மத்தியிலும் அவர் பிரபல்யமான ஒருவராக இருந்தார்.

புதிய வீடொன்றைக் கட்ட ஆரம்பிக்கும்போது முதலில் வீட்டின் திட்டத்தை நிலத்தில் வரைவர். இதனை “அத்திவாரக் கயிறு இழுத்தல்” என அழைப்பர்.

கந்தையா தனது கிராமத்தில் மூன்று இளைஞர்களாகிய சிவா, பாலா, ரவி ஆகியோரின் துணையுடன் ஒரு புதிய வீட்டிற்கான அத்திவாரக் கயிறு இழுத்த ஒரு சந்தர்ப்பம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



கந்தையாவின் அறிவுறுத்தலின்படி, சிவா, பாலா ஆகியோர் ஒரு திசையறிகருவியின் மூலம் வடக்கு - தெற்கு திசை வழியே ஒரு கயிற்றை இழுத்து அதன் மீது நின்றனர். அளவை நாடாவின் நுனியின் வளையத்தை

ரவியிடம் வழங்கிய கந்தையா நாடாவை விரித்து அதன் 3 m புள்ளியை சிவாவிடமும் 7 m புள்ளியைப் பாலாவிடமும் வழங்கி 12 m புள்ளியை மீண்டும் ரவியிடம் வழங்கினார். சிவா, பாலா ஆகியோர் கயிற்றின் மீது நிற்கத்தக்கதாகவும் அளவு நாடா நன்கு இழுக்கப்பட்ட நிலையிலிருக்கத்தக்கதாகவும் மூவரும் உருவில் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு முக்கோணியை அமைத்துக் கொண்டனர். அப்போது சிவா, ரவி, ஆகியோருக்கிடையே 3 m தூரமும் சிவா, பாலா ஆகியோருக்கிடையே 4 m தூரமும் ரவி, பாலா ஆகியோருக்கிடையே 5 m தூரமும் இருந்தது.

இவ்வாறு அமைத்த பின் மூன்று இளைஞர்களும் நின்ற இடங்களில் ஆப்புக்களைப் பொருத்துமாறு கந்தையா கூறினார். செய்யப்பட்ட செயற்பாடு பற்றி அவர் இளைஞர்களுக்குப் பின்வருமாறு விளக்கமளித்தார்.

நான் செய்தவற்றைப் புரிந்து கொண்டீர்களா?
- கந்தையா கேட்டார்

இல்லை ஐயா

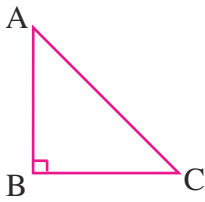
புதிதாகக் கட்டவுள்ள வீட்டின் மூலையொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளவே நான் அவ்வாறு செய்தேன்.



கிரேக்க கணிதவியலாளர் பைதகரஸ்

நீங்கள் மூன்று பேரும் அளவு நாடாவைப் பிடித்துக் கொண்டிருந்தபோது ஒரு முக்கோணி உருவாகியதல்லவா. அந்த முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களை எந்தவோர் அலகிலும் 3, 4, 5 எனக் குறிக்கும்போது சிவா நின்ற இடத்தில் ஒரு செங்கோணம் அமைகிறது. அதுவும் முக்கோணியின் சிறிய பக்கங்கள் இரண்டிற்கும் இடையே செங்கோணம் அமைகிறது. இம்முறையை எமது மூதாதையர் செங்கோண மூலையொன்றைப் பெறப் பயன்படுத்தியுள்ளார்கள். கிறிஸ்துவுக்கு முன் 500 களில் பைதகரஸ் எனப் பெயருடைய கிரேக்க கணிதவியலாளர் இதே போன்று செங்கோண முக்கோணிகளில் பக்கங்களுக்கிடையிலான தொடர்பை முன்வைத்தார் என்பதைப் புத்தகங்களில் வாசிக்கிறோம்.

கந்தையா தனது விளக்கத்தை முடித்துக் கொண்டார்.



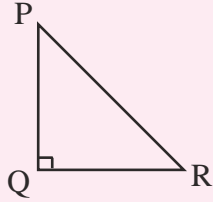
முக்கோணி ABC யில் \hat{ABC} செங்கோணமாகும். எனவே இம்முக்கோணி செங்கோண முக்கோணியாகும். இம் முக்கோணியில் செங்கோணம் அமைந்துள்ள பக்கங்கள் AB , BC ஆகும். முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின்

கூட்டுத்தொகை 180° என்பதால் செங்கோணத்தைத் தவிர்த்து முக்கோணியின் மற்றைய எஞ்சிய இரண்டு கோணங்களும் 90° ஆகும். எனவே பெரிய கோணம் $\hat{A}BC$ ஆகும். இதற்கு எதிரே உள்ள பக்கமாகிய AC ஆனது முக்கோணியின் பெரிய பக்கமாகும்.

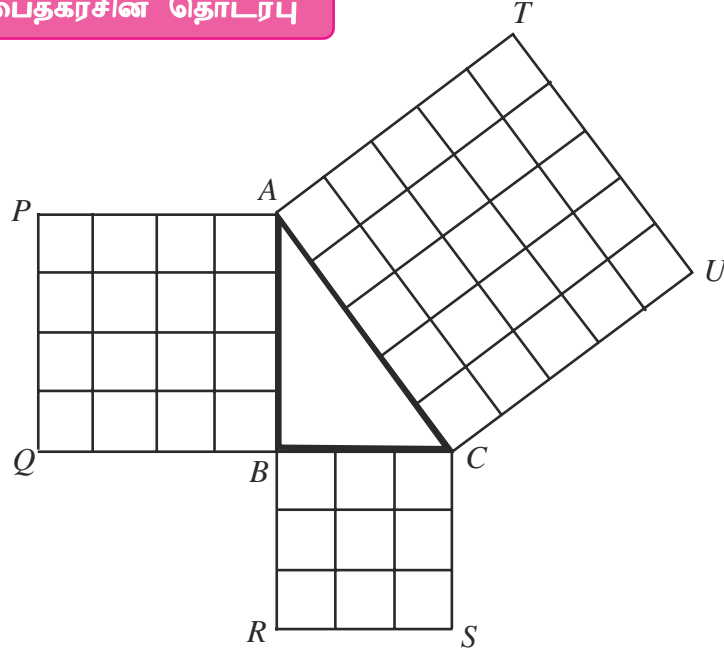
ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் செங்கோணத்திற்கு எதிரான பக்கம் அதன் மிகப் பெரிய பக்கமாகும். இது செம்பக்கம் எனப்படும்.

செங்கோண முக்கோணி ABC இல் முக்கோணியின் செம்பக்கம் AC ஆகும்.

பயிற்சி 18.1

1. உருவிலுள்ள முக்கோணி PQR இல் $\hat{P}QR$ ஒரு செங்கோணமாகும்.
 - (i) செங்கோணத்தைக் கொண்டுள்ள பக்கங்களைப் பெயரிடுக.
 - (ii) முக்கோணியின் நீளமான பக்கத்தைப் பெயரிடுக.
 - (iii) செம்பக்கத்தைப் பெயரிடுக.
- 
2. (i) $\hat{K}ML = 90^\circ$ ஆகவுள்ள செங்கோண முக்கோணி KLM இன் பருமட்டான படமொன்று வரைக.
(ii) அம்முக்கோணியின் செம்பக்கத்தைப் பெயரிடுக.
 3. (i) 6 cm, 8 cm, 10 cm பக்கங்களையுடைய முக்கோணியை அமைக்க.
(ii) பாகைமானியை உபயோகித்து அம்முக்கோணியின் கோணங்களை அளக்க.
(iii) கோணங்களின் அடிப்படையில் இது எவ்வகையான முக்கோணி எனக் குறிப்பிடுக.
 4. கீழே குறிப்பிடப்படும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பெறப்படும் செங்கோண முக்கோணிகளின் பருமட்டான படங்களை வரைக.
 - (i) கரப்பந்தாட்ட மைதானத்தில் ஓர் உச்சியிலிருந்து அதற்கு எதிரான உச்சிக்கு நேர்கோட்டு வழியே கயிறொன்று கட்டப்படும்போது பெறப்படும் முக்கோணி.
 - (ii) நிலைக்குத்தான மின்கம்பமொன்றில் 7 m உயரத்திலுள்ள புள்ளி A யில் கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பி கிடைத் தரையில் புள்ளி Q இல் உள்ள ஓர் ஆப்புடன் இறுக்கமாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளபோது பெறப்படும் முக்கோணி.
 - (iii) AB என்னும் ஏணியின் உச்சி B ஆனது நிலைக்குத்தான ஒரு சுவரிலும் அடி A ஆனது கிடைத் தரையிலும் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ள போது பெறப்படும் முக்கோணி.
 5. மேலே (4) இல் பெறப்பட்டது போன்ற செங்கோண முக்கோணிகளை சுற்றாடலில் காணக் கிடைக்கும் ஐந்து சந்தர்ப்பங்களை எழுதுக.

18.2 பைதகரசின் தொடர்பு



ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் 3 கட்டங்களையும் 4 கட்டங்களையும் நீளங்களாகவுடைய புயங்களையுடைய ஒரு கோணத்தை வரைந்து புயங்களின் உச்சிகளை இணைப்பதன் மூலம் உருவிலுள்ளவாறான செங்கோண முக்கோணி ABC பெறப்பட்டது.

ஒரு பக்க நீளம் 3 கட்டங்களாகவுடைய ஒரு சதுரமும் ஒரு பக்க நீளம் 4 கட்டங்களாகவுடைய ஒரு சதுரமும் ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வெவ்வேறாக வெட்டியெடுக்கப்பட்டு உருவிலுள்ளவாறு பக்கங்களின் மீது ஒட்டப்பட்டுள்ளன. கணித உபகரணப் பெட்டியிலுள்ள பிரிகருவியினால் செம்பக்கம் AC யை அளந்து பார்க்கும்போது அது 5 கட்டங்களாக இருப்பதைக் காணலாம். ஒரு பக்க நீளம் 5 கட்டங்களாகவுடைய ஒரு சதுரமும் சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வெட்டப்பட்டு செம்பக்கத்தின் மீது ஒட்டப்பட்டுள்ளது.

ஒரு பக்க நீளம் 3 கட்டங்களாகவுடைய சதுரம் $BCSR$ இன் பரப்பளவு = $3 \times 3 = 9$ சதுர அலகுகள்.

ஒரு பக்க நீளம் 4 கட்டங்களாகவுடைய சதுரம் $PABQ$ வின் பரப்பளவு = $4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள்.

ஒரு பக்க நீளம் 5 கட்டங்களாகவுடைய சதுரம் $ATUC$ யின் பரப்பளவு = $5 \times 5 = 25$ சதுர அலகுகள்.

இதற்கேற்ப,

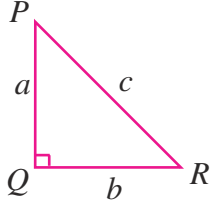
சதுரம் $PABQ$ இன் பரப்பளவு + சதுரம் $BCSR$ இன் பரப்பளவு = சதுரம் $ATUC$ இன் பரப்பளவு

$PABQ$, $BCSR$ என்பன முக்கோணியில் செங்கோணத்தைக் கொண்டுள்ள பக்கங்களின் மீதுள்ள சதுரங்களாகும். $ATUC$ என்பது முக்கோணியின் செம்பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரமாகும். எனவே ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் செங்கோணத்தை கொண்டுள்ள பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்டுள்ள சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகையானது செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்பட்டுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமனாகும் என்பது தெளிவாகிறது. இதற்கேற்ப பைதகரசின் தொடர்பை இவ்வாறு முன்வைக்கலாம்.

பைதகரசின் தொடர்பு

ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு செங்கோணத்தை ஆக்குகின்ற பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

PQR ஒரு செங்கோண முக்கோணி ஆகும். PR அதன் செம்பக்கமாகும்.



பக்கம் PQ இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $= PQ \times PQ = PQ^2$
 பக்கம் QR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $= QR \times QR = QR^2$
 பக்கம் PR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $= PR \times PR = PR^2$

பைதகரசின் தொடர்பின் படி

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

பக்கம் PQ ஐ a எனவும் QR ஐ b எனவும் செம்பக்கம் PR ஐ c எனவும் கொண்டால் பைதகரசின் தொடர்பை $a^2 + b^2 = c^2$ எனக் காட்டலாம்.

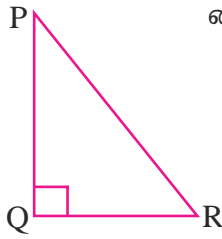
இத்தொடர்புடன் பொருத்தப்பாடுடைய பல எண் மும்மைகள் உண்டு. 3, 4, 5 இவ்வாறான ஒரு மும்மையாகும்.

$6^2 + 8^2 = 10^2$ என்பதால் 6, 8, 10 என்பது இன்னொரு மும்மையாகும். இவ்வாறான மும்மைகள் **பைதகரசின் மும்மைகள்** எனப்படும்.

செங்கோண முக்கோணிகளில் பக்கங்களின் நீளங்களைக் காணவும் ஒரு முக்கோணி செங்கோண முக்கோணியா என்பதைக் கண்டறியவும் பைதகரசின் தொடர்பைப் பிரயோகிக்கலாம்.

உதாரணம் 18.1

செங்கோண முக்கோணி PQR இல் $PQ = 6\text{cm}$, $QR = 8\text{cm}$ ஆயின், பக்கம் PR இன் நீளத்தைக் காண்க.



$$\begin{aligned} \text{பைதகரசின் தொடர்பின்படி } PR^2 &= PQ^2 + QR^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ PR &= \sqrt{100} \\ PR &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

உதாரணம் 18.2

ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்கள் 2 cm, 4 cm, 5 cm ஆகும். இம்முக்கோணி ஒரு செங்கோண முக்கோணியா? விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.

$$\begin{aligned} \text{முக்கோணியின் நீண்ட பக்கத்தின் நீளம்} &= 5 \text{ cm} \\ \text{இப்பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு} &= 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2 \\ \text{குறுகிய பக்கங்களின் மீதுள்ள சதுரங்களின்} & \\ \text{பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை} &= (2^2 + 4^2) \text{ cm}^2 \\ &= (4 + 16) \text{ cm}^2 \\ &= 20 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

குறுகிய பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை நீண்ட பக்கத்தின் வர்க்கத்திற்கு சமனாக அமையாததால் முக்கோணி செங்கோண முக்கோணி அல்ல.

உதாரணம் 18.3

உருவில் AC யின் மூலம் காட்டப்படும் 13 m நீளமுடைய ஏணியின் ஒரு முனை C சுவர் AB யின் அடி B யிலிருந்து 5 m தூரத்திலும் மறு முனை இரண்டு மாடிக் கட்டடமொன்றின் சுவரிலும் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் மேல்முனை சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ள உயரத்தைக் காண்க.

ஏணியின் மேல் முனை சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ள உயரம் x என்போம். சுவர் நிலைக்குத்தாகவும் தரை கிடையாகவும் இருப்பதால் நிலத்துக்கும் சுவருக்குமிடையிலான கோணம் ஒரு செங்கோணமாகும்.

$\therefore \hat{ABC}$ ஒரு செங்கோணமாகும்.

எனவே $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (பைதகரசின் தொடர்பின்படி)

$$x^2 + 5^2 = 13^2$$

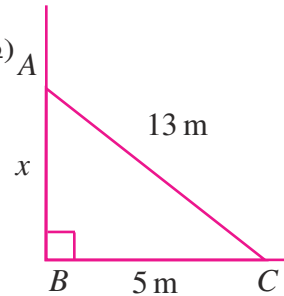
$$x^2 + 25 = 169$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$



ஏணியின் மேல்முனை சுவரோடு சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ள உயரம் 12 m ஆகும்.

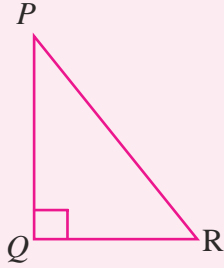


பயிற்சி 18.2



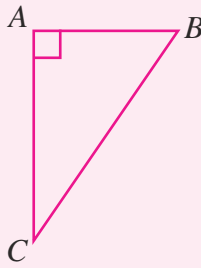
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களுக்கேற்ப வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i)



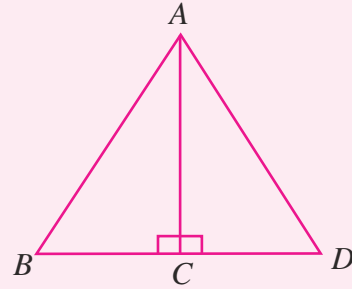
$$PR^2 = \text{---} + \text{---}$$

(ii)



$$BC^2 = \text{---} + \text{---}$$

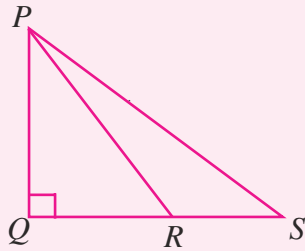
(iii)



$$AB^2 = \text{---} + \text{---}$$

$$\text{---} = AC^2 + CD^2$$

(iv)



$$PR^2 = \text{---} + \text{---}$$

$$PS^2 = \text{---} + \text{---}$$

2.

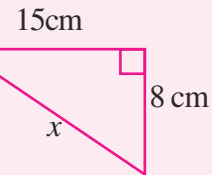
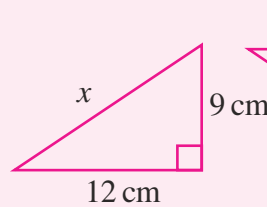
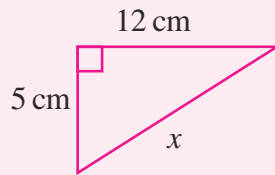
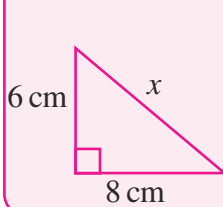
எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
வர்க்கம்	1	4	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(i) மேலே காட்டப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலுள்ள எண்களை 20 வரை நீட்டி வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

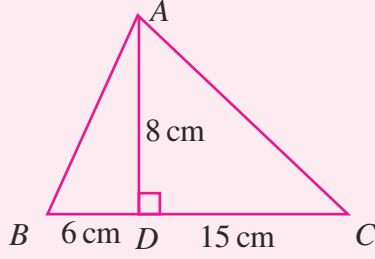
(ii) இரண்டு வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையானது ஒரு வர்க்கமாகும் சந்தர்ப்பங்களை இவ்வட்டவணையிலிருந்து தெரிக.

(iii) அட்டவணையிலிருந்து ஐந்து பைதகரசின் மும்மைகளை எழுதுக.

3. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருவங்களில் x இனால் காட்டப்படும் நீளத்தைக் காண்க.

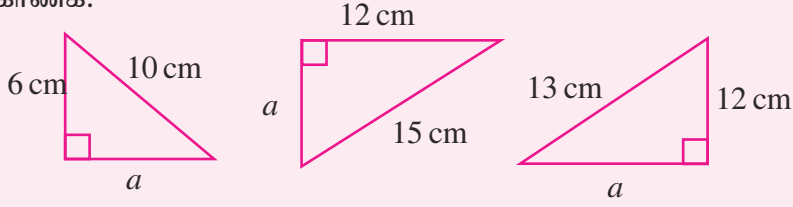


4. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப,

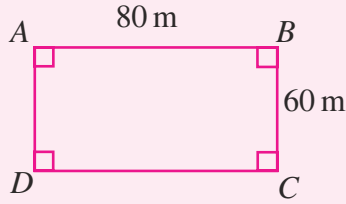


- (i) AB யின் நீளத்தைக் காண்க.
(ii) AC யின் நீளத்தைக் காண்க.

5. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருவங்களில் a யினால் காட்டப்படும் நீளங்களைக் காண்க.



6.

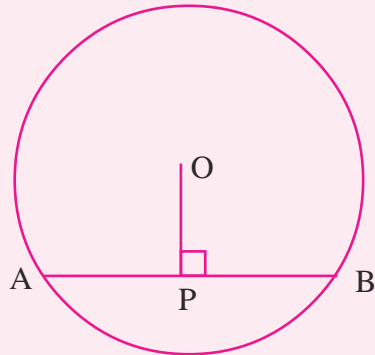


உருவில் செவ்வக வடிவிலான ஒரு விளையாட்டு மைதானத்தின் அளவீடுகள் குறிக் கப்பட்ட பருமட்டான படம் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு A யிலிருந்து ஒரு நேர்கோடு வழியே C யை நோக்கிச் செல்லும் ஒருவர் செல்லும் தூரத்தைக் காண்க.

7. ஒரு பிள்ளை புள்ளி P யிலிருந்து வடக்கு நோக்கி 9 m சென்று அங்கிருந்து கிழக்கு நோக்கி 12 m சென்று Q வை அடைகின்றான்.

- (i) மேலேயுள்ள தகவல்களை உள்ளடக்கி ஒரு வரிப்படத்தை வரைக.
(ii) P யிலிருந்து Q இற்குள்ள மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க.

8.



உருவிலுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். OP ஆனது AB இற்குச் செங்குத்தாகும். AB யின் நடுப்புள்ளி P ஆகும். $OP = 3$ cm உம் $AB = 8$ cm உம் ஆகும்.

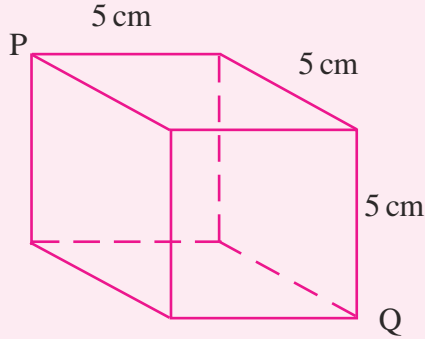
- (i) PB யின் நீளத்தைக் காண்க.
(ii) வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

9. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

முக்கோணி	முதலாவது பக்கம்	இரண்டாவது பக்கம்	நீளமான பக்கம்	முதலாவது பக்கத்தின் வரக்கம்	இரண்டாவது பக்கத்தின் வரக்கம்	நீளமான பக்கத்தின் வரக்கம்	ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும். / ஒரு செங்கோண முக்கோணியன்று
ABC	3	5	7				
PQR	5	8	10				
KLM	6	8	10				
XYZ	9	12	15				
DEF	6	12	13				
GHI	7	8	10				

10. ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளுக்கிடையில் உள்ள தொடர்புக்கு ஒத்த ஒரு தொடர்பு பக்கங்களின் மீது வரையப்படும் சமபக்க முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளுக்கிடையிலும் இருக்குமா எனக் கண்டறிக.

11.



உருவில் பக்க நீளம் 5 cm ஆகவுடைய சதுரமுகி வடிவிலான ஒரு மரக் குற்றி காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு உச்சி P யிலிருந்து ஓர் எறும்பானது உச்சி Q வரை செல்ல வேண்டியுள்ளது. எறும்பு செல்லக் கூடிய மிகக் குறுகிய பயணப் பாதையை ஒரு வரிப் படத்தில் காட்டுக.

(உதவி :- சதுரமுகியை அமைப்பதற்கான புற உரு பற்றிக் கவனம் செலுத்துக.)